



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
AN ȘCOLAR 2024 – 2025  
ETAPA LOCALĂ  
8.02.2025

CLASA a VII -a

**Subiectul I**

- a) Aflați valorile posibile ale numărului natural  $n$  știind că mulțimea  $A = \{\sqrt{n}, \sqrt{n+1}, \sqrt{n+2}, \dots, \sqrt{2025}\}$  conține 20 de numere raționale.
- b) Fie mulțimea  $B = \{x + y \mid x, y \in A\}$ . Dacă  $n=1$ , aflați numărul elementelor raționale ale mulțimii  $B$ .

**Subiectul II**

Considerăm trapezul isoscel  $ABCD$ , cu baza mare  $AB$ . Notăm mijlocul diagonalei  $BD$  cu  $E$  și piciorul perpendicularei duse din  $D$  pe  $AB$  cu  $F$ . Demonstrați că dreapta  $AC$  este paralelă cu  $EF$ .

**Subiectul III**

Considerăm pătratul  $ABCD$ , punctele  $E_1, E_2, E_3$  situate pe latura  $CD$  și  $F_1, F_2, F_3$  situate pe latura  $AB$  astfel încât  $\frac{Aria(AF_1E_1D)}{Aria(BF_1E_1C)} = \frac{Aria(AF_2E_2D)}{Aria(BF_2E_2C)} = \frac{Aria(AF_3E_3D)}{Aria(BF_3E_3C)} = \frac{2}{3}$ . Demonstrați că dreptele  $E_1F_1, E_2F_2$  și  $E_3F_3$  sunt concurente.

**Subiectul IV**

Considerăm numărul prim  $p$  și numărul natural  $a$ , mai mare decât  $p$ .

- a) Aflați numărul  $a$  în funcție de  $p$  dacă  $\frac{a+p}{a-p}$  este număr natural.
- b) Aflați numărul  $p$  dacă  $\sqrt{\frac{a+p}{a-p}}$  este număr natural.

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru: 3 ore.